

## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2017/2018-as tanév

1. forduló

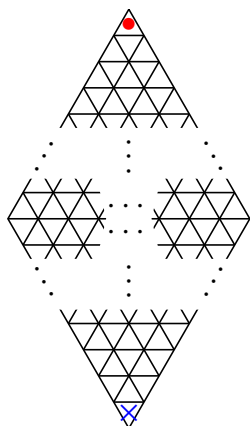
Haladók I. kategória

### Feladatok

1. Egy derékszögű háromszög alapú egyenes hasáb minden élének hossza egész szám. A hasábnak van 30 és 13 területegységű lapja (alaplappal vagy oldallappal). Mekkora a hasáb felszíne és térfogata? **7 pont**

2. Állítsuk elő az 1-et 2017 négyzetszám reciprokának összegeként, ahol a négyzetszámok között legalább 600 különböző szám fordul elő! **7 pont**

3. Egy rombusz alakú játéktáblát felosztunk az alábbi ábra alapján  $2n^2$  szabályos háromszögre. (A rombusznak  $60^\circ$  és  $120^\circ$ -os szögei vannak!) A két játékos, Anna és Balázs, a táblán a következő szabályok szerint játszanak:



- Anna kezd a saját kör alakú bábujaival, amely a rombusz megjelölt „felső csúcsában” van.
- Egy lépésével egy élben szomszédos mezőre lép.
- Majd Balázs lép hasonlóan a saját „alsó csúcsnál” lévő  $\times$  alakú bábujaival, és ezután a játékosok felváltva lépnek a saját bábuikkal.
- A játékot az nyeri . . .
  - . . . aki a másik bábuját leüti (vagyis arra a mezőre lép a saját bábujaival, ahol épp a másiké áll),
  - . . . vagy aki a saját bábuját eljuttatja az ellenfél kezdő pozíciójára.

Okos játék esetén Anna, vagy Balázs nyer?

**7 pont**

4. Zsuzsi különleges karácsonyi ajándékkal lepte meg Petit. Szerencsesütitiket sült és ezeket felfűzte három cérnaszálra, minden cérnaszálon egymás alá négyet, majd a cérnákat egy hurkapálcára kötötte, az ábrán látható módon. Minden szerencsesütitiben más-más jókívánság található. Az a szabály, hogy Peti egy adott cérnaszálról mindig csak a legalsó sütit eheti meg. Ha Peti elfogyaszt egy szerencsesütit, a jókívánságot kiragasztja a falra, sorban egymás mellé. Peti úgy gondolja, hogy a jókívánságok legalább 35 000-féle sorrendben követhetik egymást, Zsuzsi viszont azt állítja, hogy a jókívánságok lehetséges sorrendjeinek száma kevesebb, mint 35 000.



Kinek van igaza?

**7 pont**

5. Egy  $r$  sugarú kör átmérőjét  $45^\circ$ -os szögben metszi a kör  $AB$  húrja a  $C$  pontban. Bizonyítsuk be, hogy  $AC^2 + BC^2 = 2r^2$ !

**7 pont**