

## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2017/2018-as tanév

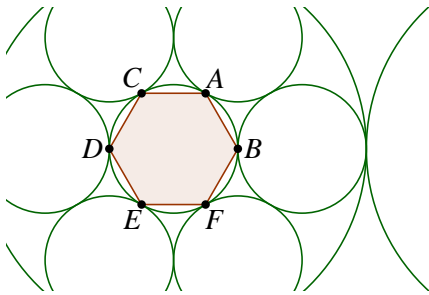
1. forduló

Haladók II. kategória

### Feladatok

1. Bizonyítsa be, hogy 7 egymást követő szám négyzetének az összege nem lehet négyzetszám! **7 pont**

2.



Az egységnyi oldalú szabályos hatszög köré körét írunk, majd ezt a kört kívülről érintő 6 egybevágó, egymást páronként érintő kört, mint ahogy az ábrán látható. Ezt követően e hat kört kívülről érintő nagyobb kört rajzolunk, majd ismét kifelé ezt érintő hat, egymást is páronként érintő kört rajzolunk. Az eljárást addig folytatjuk, míg nem keletkezik 2018-nál nagyobb sugarú kör. Hány kört rajzoltunk összesen? **7 pont**

3. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} x + 2\sqrt{y} = 2 \\ 2\sqrt{x} + y = 2 \end{cases} \quad \mathbf{7 \text{ pont}}$$

4. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet.

$$\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3x + 3}} = 2\sqrt{x} \quad \mathbf{7 \text{ pont}}$$

5. Egy paralelogramma oldalai  $a$  és  $b$  ( $a \neq b$ ). Mekkora annak a négyszögnek az átlói, amelyet a paralelogramma szögfelezői alkotnak? **7 pont**