

XII. Imolya Sándor Matematikaverseny
2016. május 2.



Kód

1.	2.	3.	4.	5.	ÖSSZ.

Kódszám:

1. A hetedik osztály osztálykirándulást tervez. Öt lehetőség közül választanak: Alsóörs, Balatonföldvár, Csupak, Debrecen és Eger. Peti megszervezte a szavazást, ahol mindenki egy települést választhatott. A szavazás eredményéről Peti annyit árult el, hogy nem Alsóörsre 80%, nem Balatonföldvára 60%, nem Csupakra 90%, nem Debrecenre 85% szavazott, míg Egert 6 fő választotta.
Melyik településre hányan szavaztak?

/10 pont

Kódszám:

2. Az osztály megbízásából Peti a szavazás után megtervezte a költségeket. Számításai szerint az egy főre jutó költség (forintban számolva) egy olyan ötjegyű szám, amely

/12 pont

- hárommal osztható
- „visszafele” olvasva megegyezik az eredeti számmal
- az első számjegyet négyzetre emelve, majd hozzáadva a harmadik számjegyet, a második számjegyet kapjuk

Pali, aki jó matekos hírében áll, észrevette, hogy így nem állapítható meg egyértelműen, hogy mennyibe kerül a kirándulás. Peti erre még elárulta azt is, hogy a középső számjegy eggyel kisebb a legelső számjegynél.

Hány forintba kerül egy főnek a kirándulás?

Kódszám:

3. A kirándulásra össze kell állítani a menüt, mindegyik napra háromszori étkezés (reggeli, ebéd, vacsora). Minden napra reggeliként választható felvágott, lekvár, méz és házi szalámi (csak egy választható). Ebédre pedig háromféle leves (gyümölcs, hús, gulyás) és négyféle főétel (mákos tészta, rántott szelet körettel, gombapaprikás illetve marhapörkölt galuskával). Ebédre egy levest és egy főételt kell választani. Vacsorára pedig sonkás pizza, milánói makaróni és gyros választható.

Peti azt javasolja, ha ebédre gyümölcsleves van, akkor főételnek valamilyen húsetelt válasszanak (tehát rántott szeletet vagy marhapörköltet).

Panna szerint ha a leves gulyásleves, akkor mákostészta legyen a főétel.

Pista nem szeretne gombapaprikást enni, mivel fél attól, hogy mérgező gombafaj is kerül az ételbe.

Morgó Márton közbeszól: ha mindenkinek a kívánságát figyelembe véve állítják össze a napi menüt, akkor lesz két olyan nap, amikor ugyanazt lesznek kénytelenek enni.

Pali, a jó matekos kiszámolta, hogy ha mindenkinek a kívánalmait figyelembe veszik, akkor is 18-szor annyi napra mehetnének anélkül, hogy lenne ismétlődő menü.

Hány napra mennek a hetedikesek kirándulni?

/11 pont

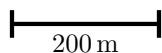
Kódszám: _____

4. A hetedikesek megérkeztek a szállásra, és a kalandparkba akarnak eljutni, viszont nem emlékszik senki sem, hogy hol található.

/9 pont

Petinek hirtelen eszébe jut, hogy a szállás, a kalandpark és a posta egy egyenlő szárú háromszög csúcspontjaiban helyezkednek el (a kalandpark és a posta a háromszög alapjának végpontjai), mégpedig úgy, hogy a szállás fekszik a legnyugatabbra. Pista megszólal, hogy ő pedig azt vette észre, hogy a posta a szállástól pontosan ezer méterre van, főúttól pedig 200 méterre. Panna pedig tisztán emlékszik arra, hogy a szállás közelében egy iskola található, amely a Peti által említett háromszög szimmetriatengelyén helyezkedik el.

Segíts a hetedikeseknek megtalálni a térképen a kalandparkot! A szerkesztésed menetét is írd le!
(Az ábrára ceruzával rajzolj, hogy ha szükséges, ki tudd radírozni.)



szállás



● iskola

főút

Kódszám:

5. A hazafele vezető úton Pali megkérdezte Petitől, hogy az

/10 pont

$$5^{2016} + 4^{2016} + 3^{2016} + 2^{2016}$$

összeg osztható-e hattal. Segítség Petinek a válaszban!

Kódszám:

Javítókulcs

1. A hetedik osztály osztálykirándulást tervez. Öt lehetőség közül választanak: Alsóörs, Balatonföldvár, Csopak, Debrecen és Eger. Peti megszervezte a szavazást, ahol mindenki egy települést választhatott. A szavazás eredményéről Peti annyit árult el, hogy nem Alsóörsre 80%, nem Balatonföldvárra 60%, nem Csopakra 90%, nem Debrecenre 85% szavazott, míg Egert 6 fő választotta.

/10 pont

Melyik településre hányan szavaztak?

Alsóörsre $100 - 80 = 20\%$ szavazott.	1 pont	1 pont	
Balatonföldvárra $100 - 60 = 40\%$	1 pont	2 pont	
Csopakra $100 - 90 = 10\%$	1 pont	3 pont	
Debrecenre $100 - 85 = 15\%$	1 pont	4 pont	
Egerre pedig $100 - (20 + 40 + 10 + 15) = 100 - 85 = 15\%$,	1 pont	5 pont	
ami 6 fő, azaz az osztálylétszám $\frac{6}{15} \cdot 100 = 40$	2 pont	7 pont	
Tehát Alsóörsre 8, Balatonföldvárra 16, Csopakra 4, Debrecenre 6 szavazat érkezett.	3 pont	10 pont	

2. Az osztály megbízásából Peti a szavazás után megtervezte a költségeket. Számításai szerint az egy főre jutó költség (forintban számolva) egy olyan ötjegyű szám, amely

/12 pont

- hárommal osztható
- „visszafele” olvasva megegyezik az eredeti számmal
- az első számjegyet négyzetre emelve, majd hozzáadva a harmadik számjegyet, a második számjegyet kapjuk

Pali, aki jó matekos hírében áll, észrevette, hogy így nem állapítható meg egyértelműen, hogy mennyibe kerül a kirándulás. Peti erre még elárulta azt is, hogy a középső számjegy eggyel kisebb a legelső számjegynél.

Hány forintba kerül egy főnek a kirándulás?

Az első számjegy 1 vagy 2 vagy 3 lehet, mivel ha nagyobb, akkor a négyzete nem lesz egyjegyű szám.	1 pont	1 pont	
Ha az első számjegy 1, akkor a harmadik számjegy $1 - 1 = 0$	1 pont	2 pont	
A második számjegy pedig $1^2 + 0 = 1$	1 pont	3 pont	
Azaz a szám ekkor 11 011, ami nem osztható 3-mal.	2 pont	5 pont	
Ha az első számjegy kettő, akkor a harmadik számjegy 1	1 pont	6 pont	
Így a második számjegy $2^2 + 1 = 5$	1 pont	7 pont	
Tehát 25 152, amely megfelel a feltételeknek.	2 pont	9 pont	
Ha az első számjegy 3, akkor a harmadik számjegy 2	1 pont	10 pont	
Viszont a második számjegy $3^2 + 2 = 11$ lenne, ami nem lehet.	1 pont	11 pont	
Egy főnek 25 152 Ft-ba kerül a kirándulás.	1 pont	12 pont	

3. A kirándulásra össze kell állítani a menüt, mindegyik napra háromszori étkezés (reggeli, ebéd, vacsora). Minden napra reggeliként választható felvágott, lekvár, méz és házi szalámi (csak egy választható). Ebédre pedig háromféle leves (gyümölcs, hús, gulyás) és négyféle főétel (mákos tészta, rántott szelet körettel, gombapaprikás illetve marhapörkölt galuskával). Ebédre egy levest és egy főételt kell választani. Vacsorára pedig sonkás pizza, milánói makaróni és gyros választható.

/11 pont

Peti azt javasolja, ha ebédre gyümölcsleves van, akkor főételnek valamilyen húsetelt válasszanak (tehát rántott szeletet vagy marhapörköltet).

Panna szerint ha a leves gulyásleves, akkor mákos tészta legyen a főétel.

Pista nem szeretne gombapaprikást enni, mivel fél attól, hogy mérgező gombafaj is kerül az ételbe.

Morgó Márton közbeszól: ha mindenkinek a kívánságát figyelembe véve állítják össze a napi menüt, akkor lesz két olyan nap, amikor ugyanazt lesznek kénytelenek enni.

Pali, a jó matekos kiszámolta, hogy ha mindenkinek a kívánalmait figyelembe veszik, akkor is 18-szor annyi napra mehetnének anélkül, hogy lenne ismétlődő menü.

Hány napra mennek a hetedikesek kirándulni?

Kódszám:

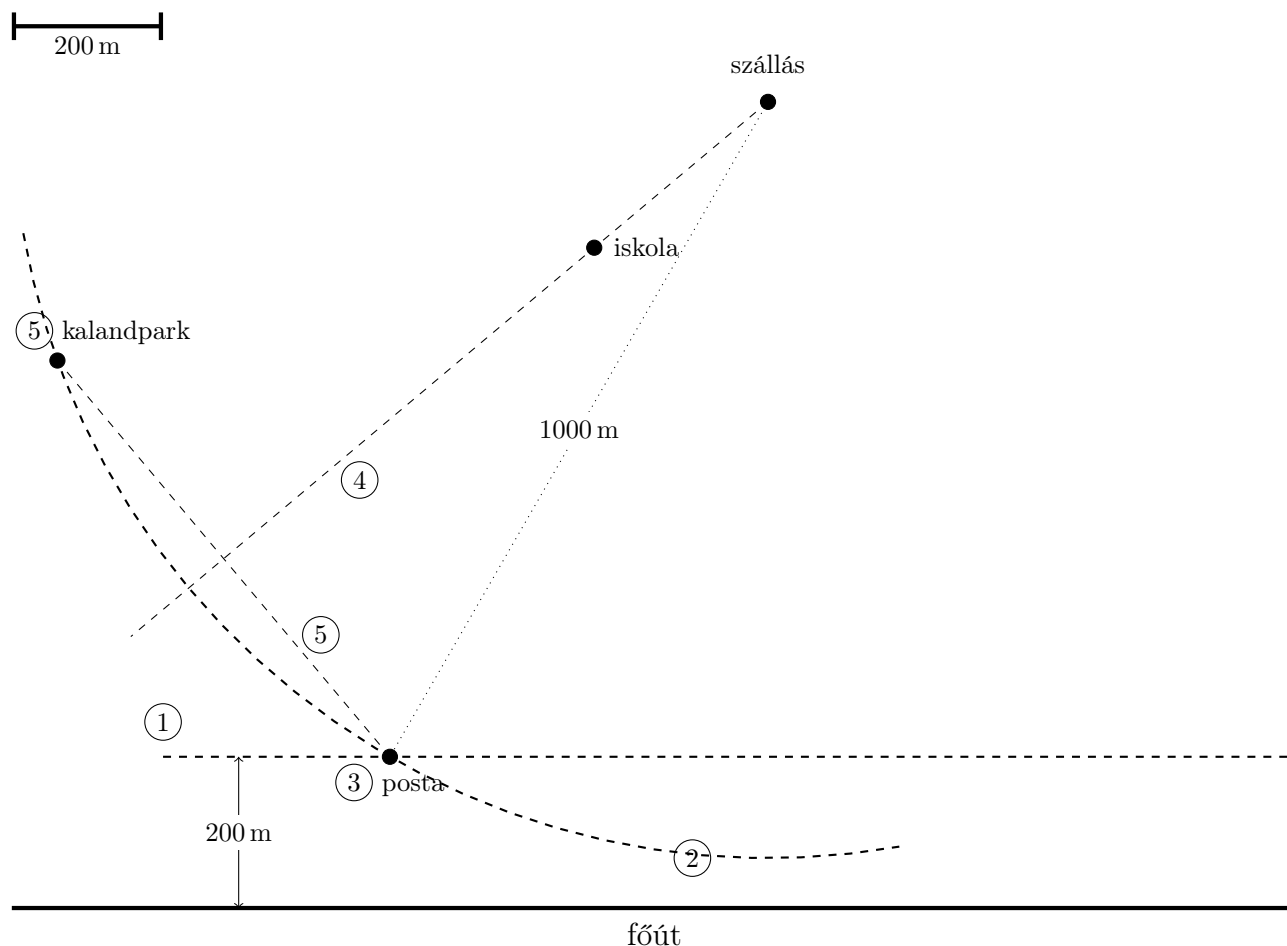
A reggelire nincs feltétel, így négyféle választható.	1 pont	1 pont	
Pista miatt nem lehet gombapaprikást választani.	1 pont	2 pont	
Ha a leves gyümölcsleves, akkor a főétel kétféle lehet.	1 pont	3 pont	
Ha a leves gulyásleves, akkor a főétel csak egyféle.	1 pont	4 pont	
Ha a leves húisleves, akkor a főétel háromféle lehet.	1 pont	5 pont	
Tehát az ebéd $2 + 1 + 3 = 6$ -féle lehet.	1 pont	6 pont	
A vacsora háromféle lehet.	1 pont	7 pont	
A lehetőségek száma: $4 \cdot 6 \cdot 3$	1 pont	8 pont	
Azaz 72.	1 pont	9 pont	
A hetedikesek $72 : 18 = 4$ napra mennek kirándulni.	2 pont	11 pont	

4. A hetedikesek megérkeztek a szállásra, és a kalandparkba akarnak eljutni, viszont nem emlékszik senki sem, hogy hol található.

/9 pont

Petinek hirtelen eszébe jut, hogy a szállás, a kalandpark és a posta egy egyenlő szárú háromszög csúcspontjaiban helyezkednek el (a kalandpark és a posta a háromszög alapjának végpontjai), mégpedig úgy, hogy a szállás fekszik a legnyugatabbra. Pista megszólal, hogy ő pedig azt vette észre, hogy a posta a szállástól pontosan ezer méterre van, főúttól pedig 200 méterre. Panna pedig tisztán emlékszik arra, hogy a szállás közelében egy iskola található, amely a Peti által említett háromszög szimmetriatengelyén helyezkedik el.

Segíts a hetedikeseknek megtalálni a térképen a kalandparkot! A szerkesztésed menetét is írd le! (Az ábrára ceruzával rajzolj, hogy ha szükséges, ki tudd radírozni.)



Kódszám:

① a főútvonallal párhuzamos egyenest szerkesztünk 200 m-re.	1 pont	1 pont	
② a szállás körül egy 1000 m-es kört.	1 pont	2 pont	
③ a kettő vonalnak egy metszéspontja van, ez lesz a posta.	2 pont	4 pont	
④ a szállást összekötjük az iskolával, ez lesz a szimmetriatengely.	1 pont	5 pont	
⑤ a postát tengelyesen tükrözzük a szimmetriatengelyre, ez lesz a kalandpark.	1 pont	6 pont	
Szerkesztés végrehajtása.	3 pont	9 pont	

5. A hazafele vezető úton Pali megkérdezte Petitől, hogy az

/10 pont

$$5^{2016} + 4^{2016} + 3^{2016} + 2^{2016}$$

összeg osztható-e hattal. Segíts Petinek a válaszban!

Az öt hatványainak maradéka 6-tal osztva: 5, 1, 5, 1, ...	1 pont	1 pont	
azaz 5^{2016} 1 maradékot ad.	1 pont	2 pont	
A 4 hatványai 6-tal osztva mindig 4 maradékot adnak.	2 pont	4 pont	
A három hatványai hattal osztva 3 maradékot adnak.	2 pont	6 pont	
A kettő hatványai pedig: 2, 4, 2, 4, ...	1 pont	7 pont	
Azaz 2016-ik 4-et.	1 pont	8 pont	
A maradékok összege: $1 + 4 + 3 + 4 = 12$	1 pont	9 pont	
Azaz osztható hattal.	1 pont	10 pont	