26. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Somorja, 2017. március 23-27.

10. osztály

1. feladat: Adott a síkon 2017 (különböző) pont úgy, hogy bármely 3 közül kiválasztható 2, melyek távolsága 1-nél kisebb. Bizonyítsátok be, hogy a 2017 pont között található 1009 olyan, amelyek egységsugarú körben lesznek.

Mészáros József (Jóka)

2. feladat: Egy derékszögű trapéz egyik alapja 5 cm, a másik alap és a derékszögű szár összege 10 cm. Mekkora lehet a trapéz területének legnagyobb értéke? Mekkora lehet a trapéz kerületének legkisebb értéke?

Dr. Katz Sándor (Bonyhád)

3. feladat: Oldjátok meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\frac{6}{\sqrt{x-2017}-9}+\frac{1}{\sqrt{x-2017}-4}+\frac{7}{\sqrt{x-2017}+4}+\frac{12}{\sqrt{x-2017}+9}=0.$$

Nemecskó István (Budapest)

4. feladat: Van-e 1000 olyan egymást követő egész szám, melyek között pontosan 5 prímszám van?

Róka Sándor (Nyíregyháza)

5. feladat: Az ABC háromszögben $CAB\sphericalangle = 40°$ és $CBA\sphericalangle = 80°$, a háromszög körülírt körének középpontja az O pont. $CBA\sphericalangle$ szögfelezője a D pontban metszi az AC oldalt. Bizonyítsátok be, hogy a DOB háromszög körülírt körének középpontja az ABC háromszög C pontból induló magasságvonalára illeszkedik!

Bíró Bálint (Eger)

6. feladat: A valós számok halmazán oldjátok meg az $x^4+3x^3+px^2+3x+1=0$ egyenletet $p=3{,}25$ esetén! A p paraméter mely értékei esetén lesz az $x^4+3x^3+px^2+3x+1=0$ egyenletnek négy különböző valós gyöke?

Dr. Katz Sándor (Bonyhád)