

## 26. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Somorja, 2017. március 23-27.

### 12. osztály

**1. feladat:** A valós számok halmazán oldjátok meg a következő egyenletrendszert:

$$x \cdot y = 1, \quad x + y - \cos^2 z = -2.$$

*Dr. Minda Mihály (Vác)*

**2. feladat:** Néhány papírlapra felírtuk a 2017-nél nem nagyobb pozitív egész számokat. Mindegyik számot pontosan egy lapra írtunk fel. Az egy lapra írt számok között nem volt két olyan szám, amelyek közül a kisebbik osztója a nagyobbának. Mennyi volt a papírlapok számának legkisebb lehetséges értéke? Maximum hány darab szám szerepelhetett egy papírlapon?

*Erdős Gábor (Nagykanizsa)*

**3. feladat:** Az  $ABCD$  konvex négyszögben a következő szögek ismertek:  $\sphericalangle BCA = 40^\circ$ ,  $\sphericalangle BAC = 50^\circ$ , és  $\sphericalangle BDC = 25^\circ$ . Határozzátok meg a négyszög átlói által bezárt szöget.

*Dr. Ripcó Sipos Elvira (Zenta)*

**4. feladat:** Bizonyítsátok be, hogy  $\frac{1}{\cos 50^\circ} + \frac{1}{\cos 70^\circ} = 2 \cdot \sqrt{3} + \frac{1}{\cos 10^\circ}$ .

*Dr. Bencze Mihály (Bukarest)*

**5. feladat:** Az  $f$  függvény minden valós  $x, y$  számpárra eleget tesz az

$$f(x) + f(y) = f(x + y) - xy - 1$$

függvényegyenletnek és  $f(1) = 1$ . Határozzátok meg az  $f$  függvény következő értékeit:  $f(17)$ ,  $f(1/2)$  és  $f(1/3)$ .

*Oláh György (Révkomárom)*

*Bálint Béla (Zsolna)*

**6. feladat:** A táblára fel van írva egymás után  $n$  darab valós szám. Ezek a számok a következő tulajdonsággal rendelkeznek: „Ha tetszőleges mennyiségű számot letörlünk úgy, hogy a táblán maradt számok csökkenő sorozatot alkotnak, akkor ez a sorozat legfeljebb  $k$  hosszúságú.” Bizonyítsátok be, hogy a táblán lévő összes szám befesthető legfeljebb  $k$  színnel úgy, hogy az egyforma színű számok növekvő sorozatot alkossanak.

*Kekeňák Tamás (Kassa)*