# Koordináta-geometria

## Alapképletek

- ⋆ két pont távolsága:
  $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$
- ⋆ két vektor skaláris szorzata:
  $\vec{u} \cdot \vec{v} = u \cdot v \cdot \cos\varphi = x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v$
- ⋆ felezőpont: $F_{AB}\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$
- ⋆ háromszög súlypontja:
  $S_{ABC\triangle}\left(\dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}; \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$
- ⋆ vektor kezdő- és végponttal:
  $\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A; y_B - y_A)$
- ⋆ adott ponton ($P_0(x_0; y_0)$) átmenő, adott normálvektorú ($\vec{n}(A;B)$) egyenes egyenlete: $Ax + By = A \cdot x_0 + B \cdot y_0$
- ⋆ $K(u;v)$ középpontú, $r$ sugarú kör egyenlete:
  $(x-u)^2 + (y-v)^2 = r^2$

## Alapeljárások

- ⋆ két vektor hajlásszöge: a kétféle skaláris szorzat egyenlőségéből $\varphi$ kifejezhető
- ⋆ két egyenes párhuzamos, ha az egyik irányvektora merőleges a másik normálvektorára (skaláris szorzat 0)
- ⋆ két egyenes merőleges, ha normálvektoraik merőlegesek egymásra (skaláris szorzat 0)
- ⋆ $A$ és $B$ ponton átmenő egyenes egyenlete
  1. $\overrightarrow{AB}$ az egyenes egy irányvektora lesz
  2. $\vec{n}_e$-t meghatározzuk
  3. adott ponton ($A$ vagy $B$) átmenő, adott normálvektorú egyenes egyenlete
- ⋆ két egyenes hajlásszöge
  1. normálvektoraikat meghatározzuk
  2. normálvektorok által bezárt szöget meghatározzuk
- ⋆ $\overline{AB}$ szakasz $f$ felezőmerőlegese
  1. $F_{AB}$ felezőpont meghatározása
  2. $\overrightarrow{AB}$ vektor $f$ egyenes egy normálvektora lesz ($\overrightarrow{AB} = \vec{n}_f$)
  3. adott ponton ($F_{AB}$) átmenő, adott normálvektorú ($\vec{n}_f$) egyenes egyenlete
- ⋆ adott $P$ pont és $e$ egyenes távolsága
  1. az $e$ egyenesre egy $P$ ponton átmenő merőlegest állítunk ($\vec{n}_e = \vec{v}_m$)
  2. a merőleges és az $e$ metszéspontját meghatározzuk ($M$)
  3. a távolság a $PM$ távolság lesz
- ⋆ $\overline{AB}$ átmérőjű kör
  1. $F_{AB}$ lesz a kör középpontja
  2. $F_{AB}A$ távolság lesz a kör sugara (vagy $AB$ fele)
  3. kör egyenletének felírása
- ⋆ kör adott $P$ pontjába húzott érintő
  1. a sugár és az érintő merőleges, tehát $\overrightarrow{KP}$ a keresett érintő normálvektora lesz
  2. adott ponton ($P$) átmenő, adott normálvektorú ($\overrightarrow{KP}$) egyenes egyenlete
- ⋆ egyenes és kör metszéspontja
  1. az egyenes egyenletéből egyik ismeretlent kifejezzük
  2. behelyettesítjük a kör egyenletébe, így *mindig* egy másodfokú egyenletet kapunk
  3. megoldjuk, majd a kifejezett ismeretlent is kiszámoljuk
- ⋆ két kör metszéspontja
  1. a körök egyenletében a négyzetreemeléseket elvégezzük
  2. a két kör egyenletét kivonjuk egymásból, ezáltal a másodfokú tagok kiesnek
  3. a különbség-egyenletből az egyik ismeretlent kifejezzük
  4. valamelyik kör-egyenletbe behelyettesítjük
- ⋆ körhöz *külső* $P$ pontból húzott érintő
  1. Thalesz tétele miatt az $E_1$ és $E_2$ érintési pontokat a $KP$ átmérőjű kör fogja kimetszeni a körből
  2. a $PE_1$ és $PE_2$ érintő egyenesek egyenleteinek felírása


# Koordináta-geometria

## Alapképletek

- ⋆ két pont távolsága:
  $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$
- ⋆ két vektor skaláris szorzata:
  $\vec{u} \cdot \vec{v} = u \cdot v \cdot \cos\varphi = x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v$
- ⋆ felezőpont: $F_{AB}\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$
- ⋆ háromszög súlypontja:
  $S_{ABC\triangle}\left(\dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}; \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$
- ⋆ vektor kezdő- és végponttal:
  $\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A; y_B - y_A)$
- ⋆ adott ponton ($P_0(x_0; y_0)$) átmenő, adott normálvektorú ($\vec{n}(A;B)$) egyenes egyenlete: $Ax + By = A \cdot x_0 + B \cdot y_0$
- ⋆ $K(u;v)$ középpontú, $r$ sugarú kör egyenlete:
  $(x-u)^2 + (y-v)^2 = r^2$

## Alapeljárások

- ⋆ két vektor hajlásszöge: a kétféle skaláris szorzat egyenlőségéből $\varphi$ kifejezhető
- ⋆ két egyenes párhuzamos, ha az egyik irányvektora merőleges a másik normálvektorára (skaláris szorzat 0)
- ⋆ két egyenes merőleges, ha normálvektoraik merőlegesek egymásra (skaláris szorzat 0)
- ⋆ $A$ és $B$ ponton átmenő egyenes egyenlete
  1. $\overrightarrow{AB}$ az egyenes egy irányvektora lesz
  2. $\vec{n}_e$-t meghatározzuk
  3. adott ponton ($A$ vagy $B$) átmenő, adott normálvektorú egyenes egyenlete
- ⋆ két egyenes hajlásszöge
  1. normálvektoraikat meghatározzuk
  2. normálvektorok által bezárt szöget meghatározzuk
- ⋆ $\overline{AB}$ szakasz $f$ felezőmerőlegese
  1. $F_{AB}$ felezőpont meghatározása
  2. $\overrightarrow{AB}$ vektor $f$ egyenes egy normálvektora lesz ($\overrightarrow{AB} = \vec{n}_f$)
  3. adott ponton ($F_{AB}$) átmenő, adott normálvektorú ($\vec{n}_f$) egyenes egyenlete
- ⋆ adott $P$ pont és $e$ egyenes távolsága
  1. az $e$ egyenesre egy $P$ ponton átmenő merőlegest állítunk ($\vec{n}_e = \vec{v}_m$)
  2. a merőleges és az $e$ metszéspontját meghatározzuk ($M$)
  3. a távolság a $PM$ távolság lesz
- ⋆ $\overline{AB}$ átmérőjű kör
  1. $F_{AB}$ lesz a kör középpontja
  2. $F_{AB}A$ távolság lesz a kör sugara (vagy $AB$ fele)
  3. kör egyenletének felírása
- ⋆ kör adott $P$ pontjába húzott érintő
  1. a sugár és az érintő merőleges, tehát $\overrightarrow{KP}$ a keresett érintő normálvektora lesz
  2. adott ponton ($P$) átmenő, adott normálvektorú ($\overrightarrow{KP}$) egyenes egyenlete
- ⋆ egyenes és kör metszéspontja
  1. az egyenes egyenletéből egyik ismeretlent kifejezzük
  2. behelyettesítjük a kör egyenletébe, így *mindig* egy másodfokú egyenletet kapunk
  3. megoldjuk, majd a kifejezett ismeretlent is kiszámoljuk
- ⋆ két kör metszéspontja
  1. a körök egyenletében a négyzetreemeléseket elvégezzük
  2. a két kör egyenletét kivonjuk egymásból, ezáltal a másodfokú tagok kiesnek
  3. a különbség-egyenletből az egyik ismeretlent kifejezzük
  4. valamelyik kör-egyenletbe behelyettesítjük
- ⋆ körhöz *külső* $P$ pontból húzott érintő
  1. Thalesz tétele miatt az $E_1$ és $E_2$ érintési pontokat a $KP$ átmérőjű kör fogja kimetszeni a körből
  2. a $PE_1$ és $PE_2$ érintő egyenesek egyenleteinek felírása