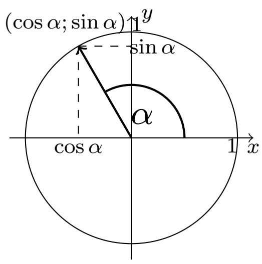
Trigonometria

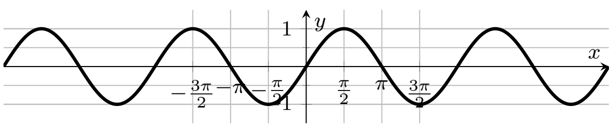
- ⋆ hegyesszögek derékszögű háromszögekben
  - ∗ $\sin\alpha = \dfrac{\text{szöggel szemközti befogó}}{\text{átfogó}}$
  - ∗ $\cos\alpha = \dfrac{\text{szög melletti befogó}}{\text{átfogó}}$
  - ∗ $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\text{szöggel szemközti befogó}}{\text{szög melletti befogó}}$
  - ∗ $\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\text{szög melletti befogó}}{\text{szöggel szemközti befogó}}$
- ⋆ általános definíció

  Az $(1;0)$ vektort forgatjuk α szöggel. Az elforgatott vektor x koordinátája lesz a $\cos\alpha$, az y koordinátája a $\sin\alpha$.

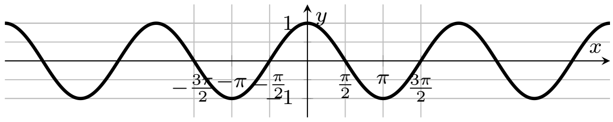


- ⋆ leggyakrabban használt összefüggések
  - ∗ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
  - ∗ $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
  - ∗ $\sin\alpha = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)$
  - ∗ $\cos\alpha = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)$
- ⋆ egyenletek megoldása (a $k \in \mathbb{Z}$ mindenhol érvényes)
  - ∗ a β szög jelölheti a visszakeresett (számológép által visszaadott) értéket is (pl. $\sin x = 0,5 \Rightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{6}$)
  - ∗ $\sin\alpha = \sin\beta$
    - ∗ $\alpha = \beta + k\cdot 2\pi$
    - ∗ $\alpha = \pi - \beta + k\cdot 2\pi$
  - ∗ $\cos\alpha = \cos\beta$
    - ∗ $\alpha = \beta + k\cdot 2\pi$
    - ∗ $\alpha = -\beta + k\cdot 2\pi$

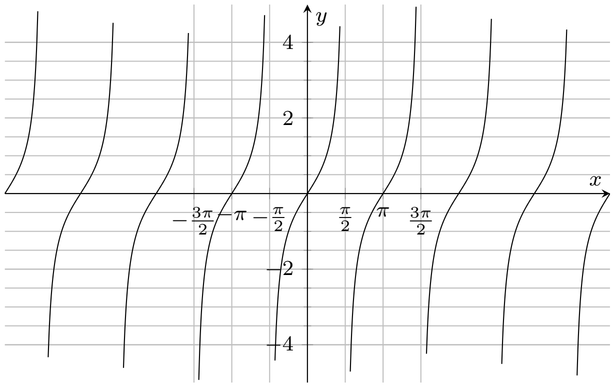
      (vagy $\alpha = 2\pi - \beta + k\cdot 2\pi$)
  - ∗ $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\beta$
    - ∗ $\alpha = \beta + k\cdot\pi$
- ⋆ másodfokúra visszavezethető trigonometrikus egyenlet
  - ∗ felismerése: vagy $\sin^2 x$ vagy $\cos^2 x$ szerepel az egyenletben (esetleg $\operatorname{tg}^2 x$, de ilyen ritkán van)
  - ∗ egyfajta szögfüggvényre kell hozni:
    - ∗ ha szerepel $\sin x$ (illetve $\cos x$), akkor a $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ azonosságból $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ (illetve $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$) helyettesítést végzünk.
    - ∗ ha nem szerepel, akkor tetszőlegesen helyettesíthetünk
  - ∗ $y = \sin x$ vagy $y = \cos x$ helyettesítéssel másodfokú egyenletre hozzuk
  - ∗ megoldóképlettel y-ra megoldjuk
  - ∗ $\sin x = y_1$, $\sin x = y_2$ (vagy $\cos x = y_1$, $\cos x = y_2$) egyenleteket megoldjuk (nem feledve, hogy a sin és a cos függvény értékkészlete a $[-1;1]$).
- ⋆ függvénytani szempontból
  - ∗ $\sin x$



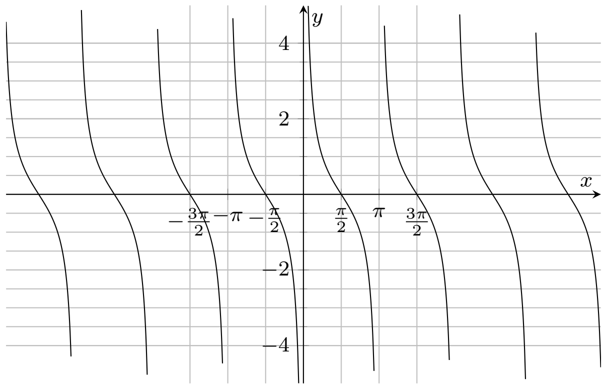
    - ∗ É.T.: $\mathbb{R}$
    - ∗ É.K.: $[-1;1]$
    - ∗ zérushely: $k\cdot\pi$
    - ∗ maximum: $x = \dfrac{\pi}{2} + k\cdot 2\pi$
    - ∗ minimum: $x = -\dfrac{\pi}{2} + k\cdot 2\pi$
    - ∗ periódusa 2π
  - ∗ $\cos x$



    - ∗ É.T.: $\mathbb{R}$
    - ∗ É.K.: $[-1;1]$
    - ∗ zérushely: $\dfrac{\pi}{2} + k\cdot\pi$
    - ∗ maximum: $x = k\cdot 2\pi$
    - ∗ minimum: $x = \pi + k\cdot 2\pi$
    - ∗ periódusa 2π
  - ∗ $\operatorname{tg} x$



    - ∗ É.T.: $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi\right\}$
    - ∗ É.K.: $\mathbb{R}$
    - ∗ zérushely: $k\cdot\pi$
    - ∗ minimum, maximum: nincs
    - ∗ periódus: π
  - ∗ $\operatorname{ctg} x$



    - ∗ É.T.: $\mathbb{R} \setminus \{k\cdot\pi\}$
    - ∗ É.K.: $\mathbb{R}$
    - ∗ zérushely: $\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi$
    - ∗ minimum, maximum: nincs
    - ∗ periódus: π