
X. Imolya Sándor Matematikaverseny
2014. május 5.



Kód

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | ÖSSZ. |
|----|----|----|----|----|-------|
| | | | | | |

Kódszám:

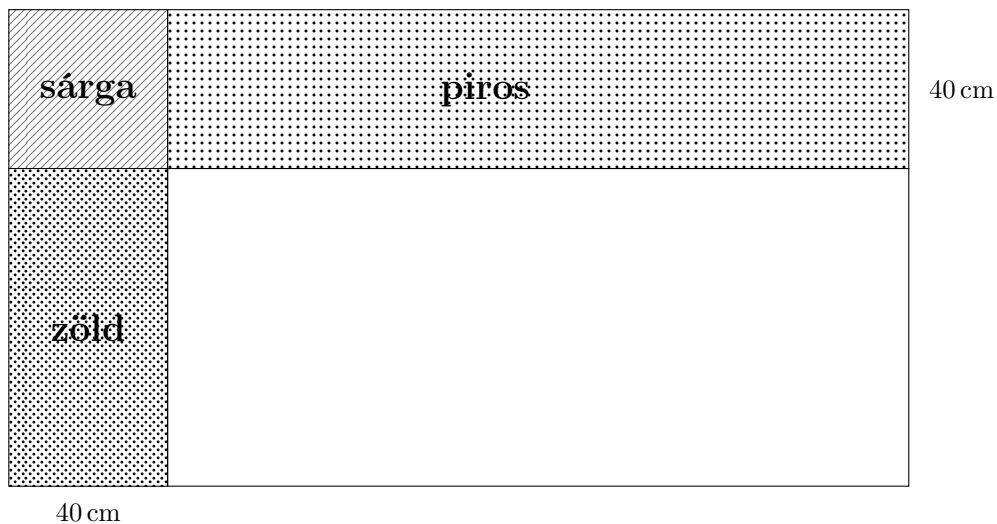
1. A 2014 egy olyan négyjegyű szám, amelynek ha összeadjuk a tízesek és ezresek helyén álló jegyeit ($1 + 2$), illetve a százask és egyesek helyén álló jegyeit ($0 + 4$), majd e két összeg szorzatát vesszük, 12-t kapunk. Furmányos Ákos megkereste az összes ilyen tulajdonságú négyjegyű számot (ahol a két összeg szorzata szintén 12), amely ebben az évezredben évszámként előfordulhat. Sorold fel az ilyen tulajdonságú évszámokat!

/16 pont

Kódszám: _____

2. Egy téglalap alakú fehér vásznat a felső (hosszabb) széle mentén egy 40 cm-es sávban piros színű fényel, a bal szélén szintén egy 40 cm-es sávban zöld színű fényel világítottak meg. Ettől a vászon bal felső sarka négyzet alakban sárga színűnek látszott. Négyyszer akkora terület maradt fehér, mint amekkora zöld színű lett, és a sárga rész mindössze hatoda volt a fehér területnek. Hány deciméter hosszúak a vászon oldalai?

/16 pont



Kódszám:

3. Egy polgármester-választáson két jelölt indult. A választáson a szavazásra jogosultak 60%-a vett részt, de 90-en érvénytelenül szavaztak. A megválasztott polgármester a szavazásra jogosultak 31%-ának szavazatát kapta, 198-cal többet, mint vetélytársa. Mennyi volt a szavazásra jogosultak száma?

/10 pont

Kódszám:

4. Adott az ABC egyenlő szárú háromszög, $AC = BC$. A BC száron úgy vesszük fel a D és E pontokat, hogy $DA = DE$ és a $\angle DAB = \angle CAE$. Mekkora az $\angle EAB$?

/12 pont

Kódszám:

5. A következő kivonásban a különböző betűk azonos számjegyet is jelölhetnek.

/19 pont

$$\overline{abcd} - \overline{abc} - \overline{ab} - a = 2014$$

(Az \overline{abcd} például azt a tízes számrendszerbeli számot jelöli, amelyben az ezresek helyiértékén a , a százask helyiértékén b , a tízesek helyiértékén c és az egyesek helyiértékén d áll.)

Határozd meg az ismeretlen számjegyeket!

MEGOLDÁS

1. A 2014 egy olyan négyjegyű szám, amelynek ha összeadjuk a tízesek és ezresek helyén álló jegyeit ($1 + 2$), illetve a százaskok és egyesek helyén álló jegyeit ($0 + 4$), majd e két összeg szorzatát vesszük, 12-t kapunk. Furmányos Ákos megkereste az összes ilyen tulajdonságú négyjegyű számot (ahol a két összeg szorzata szintén 12), amely ebben az évezredben évszámként előfordulhat. Sorold fel az ilyen tulajdonságú évszámokat!

/16 pont

Megoldás

A tizenkettőt természetes számok szorzatára kell bontani..... 1 pont

Ezen évezred évszámai 2-vel kezdődnek, tehát az első összeg első tagja biztosan 2..... 1 pont

Az első tényező lehet 2, 3, 4 vagy 6..... 2 pont

Azaz az első összeg második tagja (tízesek) lehet 0, 1, 2 vagy 4..... 1 pont

A második összeg (az előző sorrend szerint) pedig 6, 4, 3 vagy 2 lehet..... 2 pont

2 0 0 6

2 1 0 5

2 2 0 4

Első eset: 2 3 0 3

2 4 0 2

2 5 0 1

2 6 0 0

..... 3 pont

2 0 1 4

2 1 1 3

Második eset: 2 2 1 2

2 3 1 0

..... 2 pont

2 0 2 3

2 1 2 2

Harmadik eset: 2 2 2 1

2 3 2 0

..... 2 pont

2 0 4 2

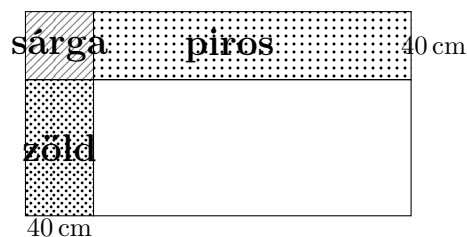
Negyedik eset: 2 1 4 1

2 2 4 0

..... 2 pont

2. Egy téglalap alakú fehér vásznat a felső (hosszabb) széle mentén egy 40 cm-es sávban piros színű fényel, a bal szélén szintén egy 40 cm-es sávban zöld színű fényel világítottak meg. Ettől a vászon bal felső sarka négyzet alakban sárga színűnek látszott. Négyyszer akkora terület maradt fehér, mint amekkora zöld színű lett, és a sárga rész mindössze hatoda volt a fehér területnek. Hány deciméter hosszúak a vászon oldalai?

/16 pont



Megoldás

-
- A sárga rész területe: $40 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 1600 \text{ cm}^2$ 3 pont
A fehér rész területe: $6 \cdot 1600 = 9600 \text{ cm}^2$ 2 pont
A zöld rész területe: $9600 : 4 = 2400 \text{ cm}^2$ 2 pont
A zöld téglalap hosszabbik oldala $2400 : 40 = 60 \text{ cm}$ hosszú, 2 pont
ami egyenlő a fehér rész egyik oldalával, 1 pont
így a fehér rész másik oldala $9600 : 60 = 160 \text{ cm}$ 2 pont
Tehát a váson oldalai 20 dm 2 pont
és 10 dm hosszúak. 2 pont
Ha centiméterben adja meg, 1 pontot vonjunk le!

3. Egy polgármester-választáson két jelölt indult. A választáson a szavazásra jogosultak 60%-a vett részt, de 90-en érvénytelenül szavaztak. A megválasztott polgármester a szavazásra jogosultak 31%-ának szavazatát kapta, 198-cal többet, mint vetélytársa. Mennyi volt a szavazásra jogosultak száma?

/10 pont

Megoldás

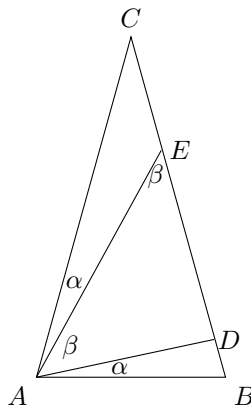
-
- Jelöljük a választásra jogosultak számát x -szel! 1 pont
Ekkor a győztes $0,31x$ szavazatot kapott 1 pont
A vetélytársa $0,31x - 198$ -at 1 pont
Kettejük összes szavazata az érvényes szavazatok számával egyenlő, 1 pont
azaz $0,31x + 0,31x - 198 = 0,6x - 90$ 2 pont
rendezve: $0,02x = 108$ 1 pont
 $x = 5400$ 1 pont
Ellenőrzés 1 pont
Szöveges válasz 1 pont

4. Adott az ABC egyenlő szárú háromszög, $AC = BC$. A BC száron úgy vesszük fel a D és E pontokat, hogy $DA = DE$ és a $DAB\angle = CAE\angle$. Mekkora az $EAB\angle$?

/12 pont

Megoldás

Ábra helyes felrajzolása szögekkel:



- 3 pont
 A C csúcsnál lévő szög $\beta - \alpha$, mivel az E csúcsnál levő β szög az $ACE\triangle$ egy külső szöge..... 2 pont
 Az $ABC\triangle$ belső szögeinek összege 180° , így: $2 \cdot (2\alpha + \beta) + \beta - \alpha = 180^\circ$ 2 pont
 Zárójel felbontása 1 pont
 Rendezés 1 pont
 $\alpha + \beta = 60^\circ$ 1 pont
 Mivel az $EAB\angle = \alpha + \beta$, így a keresett szög 60° 2 pont

5. A következő kivonásban a különböző betűk azonos számjegyet is jelölhetnek.

/19 pont

$$\overline{abcd} - \overline{abc} - \overline{ab} - a = 2014$$

(Az \overline{abcd} például azt a tízes számrendszerbeli számot jelöli, amelyben az ezresek helyiértékén a , a százások helyiértékén b , a tízesek helyiértékén c és az egyesek helyiértékén d áll.)

Határozd meg az ismeretlen számjegyeket!

Megoldás

-
- Helyiérték alapján a számok helyes felírása 4 pont
 A kivonások helyes elvégzése: $889a + 89b + 9c + d = 2014$ 3 pont
 Mivel számjegyekről van szó, az a csak 2 lehet, mivel $a > 2$ esetén $889a > 2014$, illetve ha $a = 1$, akkor $89b$ nem érheti el a $2014 - 889 - 99 = 1026$ -öt (a $9c + d$ legfeljebb 99). 3 pont
 Ezáltal $89b + 9c + d = 236$ 1 pont
 Hasonló okoskodással $b = 2$ 2 pont
 Illetve $9c + d = 58$ 1 pont
 Hasonlóan $c = 6$ 2 pont
 És $d = 4$ 2 pont
 Ellenőrzés: $2264 - 226 - 22 - 2 = 2014$ 1 pont