

XIII. Imolya Sándor Matematikaverseny
2017. május 8.



Kód

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | ÖSSZ. |
|----|----|----|----|----|-------|
| | | | | | |

Kódszám:

1. Egy baráti társaság moziba szeretne menni. Ki is néztek két filmet, amelyek igen érdekesnek tűnnek. El akarják dönteni, hogy melyik filmet nézzék meg, és szavaznak. A szavazás során egy személy akár mindkét filmre is szavazhat – ha mindkettőre kíváncsi. Az első filmre a társaság 80%-a, a másodikra pedig a társaság 60%-a szavazott. Hatan szavaztak mindkettő filmre, és mindenki szavazott legalább egyre. Hány fős a baráti társaság?

/6 pont

Kódszám:

2. A cimborák eldöntötték, hogy a kiválasztott filmre valamilyen nassolnivalóval ülnek be. Közülük Zoli a mozihoz közel lakik, így vállalta, hogy megnézi, mi mennyibe kerül.

/12 pont

Zoli nagyon szereti a barátait megviccelni, és a nasik árát egy rejtvény formájában küldte el a többieknek. A rejtvény így szól:

A mozi büféjében *chips*, *nachos* és *pattogatott kukorica (popcorn)* kapható.

A három együtt 1260 Ft-ba kerül, amely pénzmennyiség hárommal osztható, viszont külön-külön egyik ár sem osztható hárommal, de a hármas maradékuk mindegyiknek megegyezik.

Bármely kettő legnagyobb közös osztója 10.

A nachos ára kettő valamelyik hatványának ötszöröse.

A nachos és a chips ára között kevesebb, mint 100 Ft a különbség.

A chips ára egy olyan prímszám tízszerese, amely az első néhány prímszám összegeként felírható, illetve úgy is, ha ezen prímszámok közül az utolsó kettő összegéhez hozzáadjuk az utánuk következő prímszámot. Segítségül elárulom, hogy a chips 500 Ft-nál olcsóbb.

Mennyibe kerül a popcorn?

Kódszám:

3. A moziban egy izgalmas kalandfilmet néztek meg, amelyben a kincs helyét egy térkép és egy versike árulta el:

/13 pont

A templomtól és a hegycsúcstól
egyenlő távolságra leled a kilátót,
melytől olyan messze van a folyó,
mint a hegycsúcs a templomtól.
A templom és az arany helyét
egy szakasszal összekötvén
átlóját kapod a paralelogrammának,
melyet eme négy pont rajzol
a folyó egyik oldalára.

A feladvány Zolinak annyira megtetszett, hogy a film alapján elkészítette a térkép egyszerűsített másolatát, melyet lentebb láthatsz.

Határozd meg a kincs helyét! A szerkesztés lépéseit írd le, illetve a szerkesztést ceruzával végezd, hogy rontás esetén radírozhasd.



folyó

Kódszám:

4. A filmben egy másik izgalmas jelenet volt, amikor a főhős a kincs helyzetét egy módosított morzekód segítségével tudatta, hogy a „rosszfiúk” ne tudják az üzenetet értelmezni.

/9 pont

Ennek a módosított rendszernek a lényege, hogy rövid és hosszú jelek követik egymást (mint a hagyományos esetben), viszont mindig csak öt jelet használnak azzal a kiegészítéssel, hogy két rövid jel nem kerülhet közvetlenül egymás mellé (hiszen ilyenkor egy hosszúnak is lehetne hallani).

Hány különböző kód lehetséges ebben a módosított rendszerben?

(Eredeti morzekód: rövid („t”) és hosszú („T”) jelekből áll. A rövid jel •, a hosszú jel pedig — formájában jelenik meg.)

Kódszám:

5. Peti a következő héten témazáró dolgozatot ír, így a mozi előtt sokat tanult, és nagyon elfáradt, a film közben el is aludt.

/9 pont

Pali, aki mellette ült, észrevette, és megjegyezte, hogy Peti mikor aludt el. Egy ijesztő jelenetnél, amely hirtelen hanghatással jár, Peti felriadt, Pali ennek idejét is megjegyezte.

Hazafelé sétálva Peti megkérdezte Palit, hogy mennyit nem látott a filmből. Pali így válaszolt: a film harmadánál aludtál el. Ha öt perccel kevesebbet aludtál volna, akkor pontosan a film $\frac{3}{4}$ -ét láttad volna. Ha pedig öt perccel többet aludtál volna, akkor a filmnek csupán $\frac{2}{3}$ -át láttad volna.

Milyen hosszú volt a film és Peti mikor aludt el és mikor ébredt fel?

Kódszám:

Javítókulcs

1. Egy baráti társaság moziba szeretne menni. Ki is néztek két filmet, amelyek igen érdekesnek tűnnek. El akarják dönteni, hogy melyik filmet nézzék meg, és szavaznak. A szavazás során egy személy akár mindkét filmre is szavazhat – ha mindkettőre kíváncsi.

/6 pont

Az első filmre a társaság 80%-a, a másodikra pedig a társaság 60%-a szavazott. Hatan szavaztak mindkettő filmre, és mindenki szavazott legalább egyre.

Hány fős a baráti társaság?

| | | | |
|--|--------|--------|--|
| A társaság $80 + 60 - 100 = 40\%$ -a szavazott mindkettő filmre. | 2 pont | 2 pont | |
| A 6 fő a teljes létszám 40%-a. | 1 pont | 3 pont | A pontszám akkor is jár, ha nincs kimondva, de a gondolatmenetből kiderül. |
| A teljes létszám 15 fő. | 3 pont | 6 pont | A számításokért jár két pont, a válaszáért 1 pont. |

2. A cimborák eldöntötték, hogy a kiválasztott filmre valamilyen nassolnivalóval ülnek be. Közülük Zoli a mozihoz közel lakik, így vállalta, hogy megnézi, mi mennyibe kerül.

/12 pont

Zoli nagyon szereti a barátait megviccelni, és a nasik árát egy rejtvény formájában küldte el a többieknek. A rejtvény így szól:

A mozi büféjében *chips*, *nachos* és *pattogatott kukorica (popcorn)* kapható.

A három együtt 1260 Ft-ba kerül, amely pénzmennyiség hárommal osztható, viszont külön-külön egyik ár sem osztható hárommal, de a hármas maradékuk mindegyiknek megegyezik.

Bármely kettő legnagyobb közös osztója 10.

A nachos ára kettő valamelyik hatványának ötszöröse.

A nachos és a chips ára között kevesebb, mint 100 Ft a különbség.

A chips ára egy olyan prímszám tízszerese, amely az első néhány prímszám összegeként felírható, illetve úgy is, ha ezen prímszámok közül az utolsó kettő összegéhez hozzáadjuk az utánuk következő prímszámot. Segítségül elárulom, hogy a chips 500 Ft-nál olcsóbb.

Mennyibe kerül a popcorn?

| | | | |
|---|--------|---------|--|
| Keressük meg a chips árát! Páros sok prímszám kell, mert különben az összeg kettőnél nagyobb páros szám lesz, ami nem prímszám. | 2 pont | 2 pont | |
| $2 + 3 = 5$, $2 + 3 + 7 = 12$: nem jó | 1 pont | 3 pont | |
| $2 + 3 + 5 + 7 = 17$, $5 + 7 + 11 = 23$: nem jó | 1 pont | 4 pont | |
| $2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41$, $11 + 13 + 17 = 41$: jó | 2 pont | 6 pont | |
| A $2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 = 77$, ami több, mint 50, nem jó. | 1 pont | 7 pont | |
| Azaz a chips 410 Ft-ba kerül. | 1 pont | 8 pont | |
| A nachos 310 Ft-nál több, és 510 Ft-nál kevesebb. | 1 pont | 9 pont | |
| E két érték között csak a 320 Ft lesz megfelelő | 1 pont | 10 pont | |
| A popcorn ára $1260 - 410 - 320 = 530$ Ft | 2 pont | 12 pont | |

3. A moziban egy izgalmas kalandfilmet néztek meg, amelyben a kincs helyét egy térkép és egy versike árulta el:

/13 pont

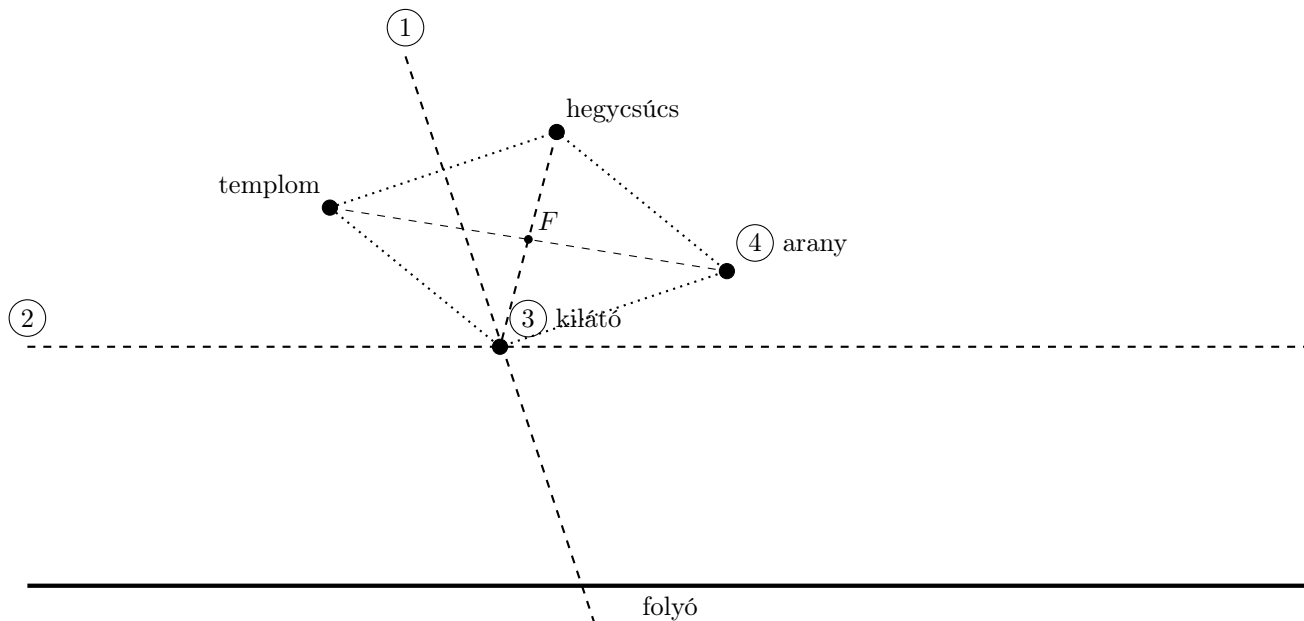
A templomtól és a hegycsúctól egyenlő távolságra leled a kilátót, melytől olyan messze van a folyó, mint a hegycsúcs a templomtól. A templom és az arany helyét egy szakasszal összekötve

Kódszám:

átlóját kapod a paralelogrammának,
melyet eme négy pont rajzol
a folyó egyik oldalára.

A feladvány Zolinak annyira megtetszett, hogy a film alapján elkészítette a térkép egyszerűsített másolatát, melyet lentebb láthatsz.

Határozd meg a kincs helyét! A szerkesztés lépéseit írd le, illetve a szerkesztést ceruzával végezd, hogy rontás esetén radírozhasd.



| | | | |
|---|--------|---------|-----------------------|
| ① a templom és a hegycsúcs felezőmerőlegesét megszerkesztjük. A kilátó ezen az egyenesen lesz rajta. | 2 pont | 2 pont | |
| ② a folyóval egy párhuzamost szerkesztünk akkora távolságra (csak a fenti „oldalára”), mint a templom és a hegycsúcs távolsága. | 2 pont | 4 pont | |
| ③ a kettő vonalnak egy metszéspontja van, ez lesz a kilátó. | 2 pont | 6 pont | |
| ④ A hegycsúcs és a kilátó felezőpontjára középpontosan tükrözzük a templomot, ez lesz az arany helye. | 3 pont | 9 pont | |
| Szerkesztés végrehajtása. | 4 pont | 13 pont | Lépésenként egy pont. |

4. A filmben egy másik izgalmas jelenet volt, amikor a főhős a kincs helyzetét egy módosított morzekód segítségével tudatta, hogy a „rosszfiúk” ne tudják az üzenetet értelmezni.

/9 pont

Ennek a módosított rendszernek a lényege, hogy rövid és hosszú jelek követik egymást (mint a hagyományos esetben), viszont mindig csak öt jelet használnak azzal a kiegészítéssel, hogy két rövid jelet nem kerülhet közvetlenül egymás mellé (hiszen ilyenkor egy hosszúnak is lehetne hallani).

Hány különböző kód lehetséges ebben a módosított rendszerben?

(Eredeti morzekód: rövid („tí”) és hosszú („tá”) jelekből áll. A rövid jel •, a hosszú jel pedig — formájában jelenik meg.)

| | | | |
|---|--------|--------|---|
| Legfeljebb három rövid jel fordul elő. | 1 pont | 1 pont | |
| Ha nulla rövid jel van, akkor egy kód. | 1 pont | 2 pont | |
| Ha egy rövid jel, akkor ötféle lehetséges. | 1 pont | 3 pont | |
| Ha kettő rövid jel, akkor 6 lehetséges. | 3 pont | 6 pont | Egy kimaradt: 2 pont, kettő kimaradt: 1 pont. |
| Három rövid jel: 1 lehetséges. | 1 pont | 7 pont | |
| Összesen $1 + 5 + 6 + 1 = 13$ lehetséges kód. | 2 pont | 9 pont | |

Kódszám:

5. Peti a következő héten témazáró dolgozatot ír, így a mozi előtt sokat tanult, és nagyon elfáradt, a film közben el is aludt.

/9 pont

Pali, aki mellette ült, észrevette, és megjegyezte, hogy Peti mikor aludt el. Egy ijesztő jelenetnél, amely hirtelen hanghatással jár, Peti felriadt, Pali ennek idejét is megjegyezte.

Hazafelé sétálva Peti megkérdezte Palit, hogy mennyit nem látott a filmből. Pali így válaszolt: a film harmadánál aludtál el. Ha öt perccel kevesebbet aludtál volna, akkor pontosan a film $\frac{3}{4}$ -ét láttad volna. Ha pedig öt perccel többet aludtál volna, akkor a filmnek csupán $\frac{2}{3}$ -át láttad volna.

Milyen hosszú volt a film és Peti mikor aludt el és mikor ébredt fel?

| | | | |
|--|--------|--------|--|
| A $2 \cdot 5 = 10$ perc a film $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$ -ed része. | 3 pont | 3 pont | |
| A film így 120 perces. | 2 pont | 5 pont | |
| Peti pedig a $\frac{120}{3} = 40$. percben aludt el. | 1 pont | 6 pont | |
| $\frac{120}{4} + 5 = 35$ percet aludt. | 1 pont | 7 pont | |
| A film $40 + 35 = 75$. percében ébredt | 2 pont | 9 pont | |