

35. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!**

Gimnázium 9. évfolyam

G.9/1. Adatok: $v_0 = 1 \text{ m/s}$

A két gyerek ugyanannyi idő alatt jut a lépcső tetejére, ezért

$$\frac{s}{v_0} = \frac{s}{4v_0} + \frac{s}{4(v-v_0)} + \frac{s}{v+v_0}$$

6 pont

$$\frac{3}{v_0} = \frac{1}{v-v_0} + \frac{4}{v+v_0}$$

$$v(5v_0 - 3v) = 0.$$

2 pont

A fizikailag értelmes megoldás:

$$v = \frac{5}{3}v_0 = \frac{5}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2 pont

G.9/2. Adatok: $\frac{1}{4}T_F = 0,8 \text{ s}$; $\omega_V = 2 \frac{1}{\text{s}}$

a) Határozzuk meg Futrinka szögsebességét! A teljes kör megtételéhez Futrinkának $T_F = 3,2 \text{ s}$ idő kellett, ezzel szögsebessége

$$\omega_F = \frac{2\pi}{T_F} = 1,963 \frac{1}{\text{s}} < \omega_V.$$

Tehát **Vöröshangya kicsit gyorsabb.**

2 pont

b) A lekörözés azt jelenti, hogy ennek időtartama alatt az egyik egy körrel többet tesz meg a másikonál, ami 2π szögelfordulással többet jelent. Jelölje T a lekörözés idejét:

$$\omega_V T - \omega_F T = 2\pi \quad (*)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_V - \omega_F} = 172 \text{ s}.$$

Megjegyzés: Ha a (*) egyenletet $2\pi T$ -vel osztjuk, akkor az $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_F}$ egyenletet kapjuk.

4 pont

c) Amennyiben egy irányba haladnak, akkor a keresett idő alatt szögelfordulásaik összege 2π . Ezzel az egyenlet

$$\omega_V T^* + \omega_F T^* = 2\pi$$

$$T^* = \frac{2\pi}{\omega_V + \omega_F} = 1,59 \text{ s}.$$

Megjegyzés: Mivel szinte egyforma gyorsan haladnak, ezért mindketten gyakorlatilag egy félkört tesznek meg. Most $\frac{1}{T^*} = \frac{1}{T_V} + \frac{1}{T_F}$.

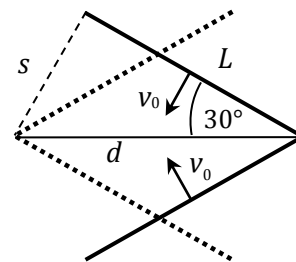
4 pont

G.9/3. Adatok: $v_0 = 0,1 \text{ m/s}$; $\alpha = 60^\circ$; $L = 1,2 \text{ m}$

a) Vizsgáljuk az egyik rúd baloldali végének elmozdulását. A kérdéses idő alatt egy ilyen végpont s elmozdulása az ábra alapján (figyelembe véve, hogy az s , d és L oldalú háromszög szabályos háromszöggé egészíthető ki):

$$s = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

$$s = v_0 t.$$



A keresett idő:

$$t = \frac{s}{v_0} = \frac{L}{\sqrt{3}v_0} = \mathbf{6,93 \text{ s.}}$$

5 pont

b) Eközben az érintkezési pont v_1 sebességgel d utat tesz meg. Mivel $d = 2s$, így a rudak érintkezési pontjának sebessége:

$$v_1 = \frac{d}{t} = \frac{2s}{t} = 2v_0 = \mathbf{0,2 \frac{m}{s}}.$$

5 pont

G.9/4. Adatok: $v_0 = 1 \text{ m/s}$; $F_x = 20 \text{ N}$; $F_y = 10 \text{ N}$; $m = 31 \text{ kg}$

a) A nyomóerő a szánkótalp és a hó között: $F_{ny} = mg - F_y = 300 \text{ N}$.

1 pont

Az egyenletes mozgás következtében a húzóerő vízszintes irányú komponense egyenlő nagyságú a súrlódási erővel, ezért:

$$\mu = \frac{F_s}{F_{ny}} = \frac{F_x}{F_{ny}} = \frac{1}{15} \approx \mathbf{0,067}.$$

3 pont

b) A megtorpanást követően a húzóerő komponensei:

$$F'_x = 30 \text{ N}; F'_y = 15 \text{ N}.$$

1 pont

A nyomóerő és a súrlódási erő:

$$F'_{ny} = mg - F'_y = 295 \text{ N},$$

$$F'_s = \mu F'_{ny} \approx 19,7 \text{ N}.$$

2 pont

A szánkó gyorsulása:

$$a = \frac{F'_x - F'_s}{m} = \frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2 pont

A keresett időtartam:

$$t = \frac{v_0}{a} = \mathbf{3 \text{ s.}}$$

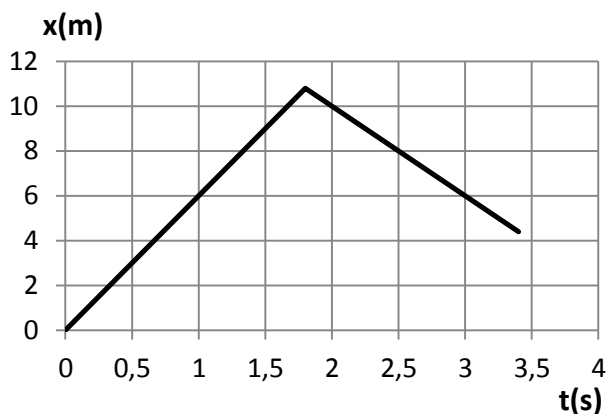
1 pont

G.9/5.

Adatok: $t = 0,75 \text{ s}$; $\mu = 0,2$; $m_2 = 2m_1$

A grafikon a könnyebb test mozgását mutatja, mely az ütközés előtt is, utána is egyenletesen mozog. A grafikonról leolvasható, hogy ütközés előtt ez a test $v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel haladt. Ütközés után ellenkező irányba mozog $v_1' = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel.

Sebességváltozása $\Delta v_1 = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, az eredeti haladási iránnyal ellentétes.

**3 pont**

A kétszer akkora tömegű test eredetileg $v_2 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel mozgott, a másikkal ellentétes irányba. Sebességváltozása (a lendületmegmaradás törvénye miatt) feleakkora, mint az első test sebességváltozása és azzal ellentétes irányú, tehát $\Delta v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Így az ütközés után az eredeti irányba halad $v_2' = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel.

3 pont

A két test tehát az ütközést követően egy irányba mozog.

Az első test a kérdéses idő alatt $s_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,75 \text{ s} = 3 \text{ m}$ utat tesz meg.

1 pont

A másik test lassulni kezd a súrlódás miatt. Lassulása $|a_2| = \mu g = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ezért $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ idő alatt megáll. Eközben átlagsebessége $0,5 \text{ m/s}$ és $s_2 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5 \text{ s} = 0,25 \text{ m}$ utat tesz meg.

2 pont

A két test távolsága tehát $d = s_1 - s_2 = 2,75 \text{ m}$.

1 pont

35. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 9. évfolyam

Sz.9/1. Adatok: $R = 0,2 \text{ m}$; $\omega = 5 \frac{1}{\text{s}}$

Határozzuk meg, hogy mennyi idő telik el az indítás után a kérdéses pillanatig. A körmozgást végző testnek félkörnyi pályát kell befutnia, amihez tartozó középponti szög $\varphi = \pi$. Ezt ω szögsebességgel

$$t = \frac{\varphi}{\omega} = 0,628 \text{ s}$$

3 pont

idő alatt teszi meg. Eközben az elengedett test függőlegesen

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = 1,97 \text{ m}$$

utat tesz meg.

4 pont

A két test távolsága ekkor:

$$d = h + 3R = 2,57 \text{ m}.$$

4 pont

Sz.9/2. Adatok: $v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_2 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $\Delta s^* = 0,5 \text{ m}$

A másodpercenkénti sebességváltozást jelöljük Δv^* -gal, a másodpercenként megtett út növekedését Δs^* -gal. Belátható, hogy a két mennyiség számértéke egyenlő, ugyanis ha minden másodpercben Δs^* -gal nő az út, akkor $\Delta s^*/\Delta t$ -vel nő az átlagsebesség is $\Delta t = 1 \text{ s}$ időközönként, ami egyenletesen gyorsuló mozgás esetén csak úgy teljesülhet, ha a pillanatnyi sebesség is ugyanennyit nő minden másodpercben. (Ugyanerre a következtetésre juthatunk algebrai számolással vagy a sebesség-idő grafikon elemzésével is.)

3 pont

a) Az autó gyorsulása:

$$a = \frac{\Delta v^*}{1 \text{ s}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2 pont

b) A gyorsítás ideje:

$$t = \frac{\Delta v}{a} = 10 \text{ s}.$$

2 pont

c) A gyorsítás során megtett út:

$$s = \frac{v_2 + v_1}{2} \cdot t = 225 \text{ m}.$$

3 pont

Megjegyzés: A gyorsítás előtti utolsó másodpercben az autó 20 m utat tett meg, a gyorsítás első másodpercében 20,25 m utat, majd a következő másodpercben 20,75 m utat, majd 21,25 m-t, és így tovább. Ezeket az utakat összeadva is megkaphatjuk a gyorsítás során megtett teljes utat: $s = (20,25 + 20,75 + 21,25 + \dots + 24,25 + 24,75) \text{ m} = 5 \cdot 45 \text{ m} = 225 \text{ m}$.

Sz.9/3. Adatok: $d = 80 \text{ m}$; $s = 50 \text{ m}$; $t = 100 \text{ s}$

a) Leghamarabb akkor tud a folyón átkelni, ha András vízhez képesti sebessége merőleges a partra. András vízhez viszonyított sebessége:

$$v = \frac{d}{t} = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

6 pont

b) A folyóvíz parthoz viszonyított sebessége az elsodródásból határozható meg:

$$c = \frac{s}{t} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

4 pont

Sz.9/4. Adatok: $D = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$; $m = 0,05 \text{ kg}$

a) A rugalmas erő egyensúlyt tart a nehézségi erővel. A rugó megnyúlása:

$$\Delta l_1 = \frac{mg}{D} = 2,5 \text{ cm}.$$

2 pont

b) A rugalmas erő a mágneses és a nehézségi erő összegével egyenlő. A mágnes és a vaslap közötti mágneses vonzóerő:

$$F_m = D \cdot \Delta l_2 - mg = 10D \cdot \Delta l_1 - mg = 9mg = 4,5 \text{ N}.$$

4 pont

c) A mágneses erő tart egyensúlyt a rugalmas és a nehézségi erő összegével. A rugó megnyúlása:

$$\Delta l_3 = \frac{F_m - mg}{D} = \frac{8mg}{D} = 8 \cdot \Delta l_1 = 20 \text{ cm}.$$

4 pont

Sz.9/5. Adatok: $h_1 = 1 \text{ m}$; $h_2 = 2,8 \text{ m}$; $a = 9 \text{ m}$; $b = 18 \text{ m}$; $s = 0,6 \text{ m}$

a) A labda $\Delta h = h_2 - h_1 = 1,8$ métert emelkedik $t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}} = 0,6 \text{ s}$ alatt. Ezután $h_2 = 2,8 \text{ m}$

magasból vízszintes hajítással $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 0,75 \text{ s}$ múlva ér a talajra.

Összesen 1,35 s telik el a feladás indításától a labda talajra érkezéséig.

4 pont

b) A játékos a háló közepétől valamelyik sarok irányába ütheti a legnagyobb sebességgel a labdát. A labda vízszintes irányú elmozdulása ekkor $d = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{4,5^2 + 9^2} \approx 10 \text{ m}$.

Az ütés maximális sebessége tehát kb. $v = \frac{d}{t_2} = 13,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ lehet.

3 pont

c) A legkisebb kezdősebességű felugrás esetén, a leütés pillanatában nemcsak a labda, hanem a játékos súlypontja is pályájának legmagasabb pontján van. A játékos emelkedésének időtartama:

$$t_3 = \sqrt{\frac{2h_3}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,6 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} = 0,35 \text{ s}.$$

Mivel a labda $t_1 = 0,6 \text{ s}$ -ig emelkedik, a játékosnak **a feladás indítása után 0,25 másodperccel kell elrugaszkodnia.**

3 pont

35. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 10. évfolyam

G.10/1. Adatok: $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$; $W_\alpha = 1,5 \cdot W_\beta$

A test $\alpha = 30^\circ$ -os hajlásszögű és h magasságú lejtőn történő egyenletes mozgata közben emelési és súrlódási munkát kell végezni:

$$W_\alpha = mgh + \mu \frac{\sqrt{3}}{2} mg \cdot 2h = mgh(1 + \sqrt{3}\mu).$$

4 pont

Hasonlóképp, a $\beta = 60^\circ$ -os hajlásszögű és h magasságú lejtőn történő egyenletes mozgata közben végzett munka:

$$W_\beta = mgh + \mu \frac{1}{2} mg \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} h = mgh \left(1 + \frac{\mu}{\sqrt{3}}\right).$$

2 pont

A két esetben végzett munkák aránya adott, ezért

$$\begin{aligned} \frac{W_\alpha}{W_\beta} &= \frac{mgh(1 + \sqrt{3}\mu)}{mgh \left(1 + \frac{\mu}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{3}{2} \\ 2(1 + \sqrt{3}\mu) &= 3 \left(1 + \frac{\mu}{\sqrt{3}}\right) \\ \mu &= \frac{\sqrt{3}}{3} = \mathbf{0,58}. \end{aligned}$$

4 pont

G.10/2. Adatok: $R = 0,5 \text{ m}$; $\alpha = 45^\circ$; $m = 0,2 \text{ kg}$

a) A minimális sebességgel indított testre még éppen nem fejt ki erőt a vályú, egyedül a nehézségi erő kényszeríti körpályára:

$$mg = m \frac{v_0^2}{R}$$

$$v_0 = \sqrt{gR} = \mathbf{2,24 \frac{m}{s}}.$$

4 pont

b) Amikor a test alul elhagyja a vályút, a sebesség meghatározására alkalmazhatjuk a mechanikai energiamegmaradás törvényét:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} mv^2 &= \frac{1}{2} mv_0^2 + 2mgR \\ v &= \sqrt{v_0^2 + 4gR} = \sqrt{5gR} = \mathbf{5 \frac{m}{s}}. \end{aligned}$$

3 pont

c) A nyomóerő abban a pillanatban, amikor a test elhagyja a vályút, de még éppen rajta van:

$$F_{\text{ny}} = m \frac{v^2}{R} + mg = m \frac{5gR}{R} + mg = 6mg = \mathbf{12 \text{ N}}.$$

3 pont

G.10/3. Adatok: $m = 0,6 \text{ kg}$; $\mu_0 = 0,6$; $\mu = 0,2$; $h = 0,8 \text{ m}$; $D = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

a) A test akkor indul meg, ha a rugalmas erő nagysága eléri (nagyon kevésse meghaladja) a tapadási súrlódási erő legnagyobb értékét:

$$\Delta l = \frac{\mu_0 mg}{D} = \mathbf{18 \text{ cm}}.$$

2 pont

b) A test sebessége akkor maximális, amikor a rugalmas erő egyenlő nagyságú a csúszási súrlódási erővel:

$$\Delta l' = \frac{\mu mg}{D} = 6 \text{ cm}.$$

A test sebessége tehát az indulás helyétől függetlenül, **az asztal szélétől mérve 6 cm távolságban** lesz maximális.

3 pont

c) A test akkor érkezik a legkisebb sebességgel a láda széléhez, ha a rugó összenyomása a lehető legkisebb mértékű volt, azaz 18 cm. A munkatétel alapján:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}D(\Delta l)^2 - \mu mg \cdot \Delta l.$$

A szóban forgó legkisebb sebesség:

$$v = \sqrt{\frac{D}{m}(\Delta l)^2 - 2\mu g \cdot \Delta l} = \mathbf{0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}.$$

3 pont

Ettől kezdve a test ilyen kezdősebességű vízszintes hajítással mozog, amelynek időtartama:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,4 \text{ s}.$$

A talajba csapódásnak a láda legalsó pontjától mért távolsága:

$$d = vt = \mathbf{24 \text{ cm}}.$$

2 pont

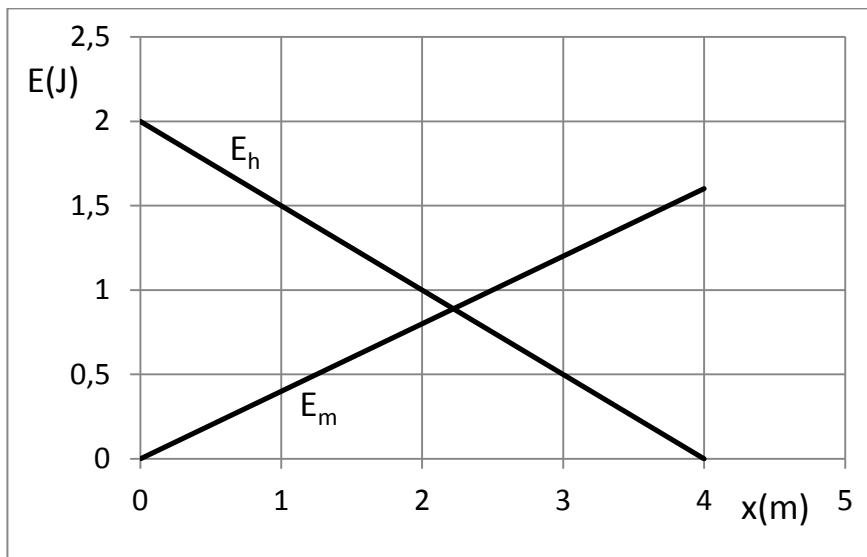
G.10/4. Adatok: $m = 0,1 \text{ kg}$; $\alpha = 30^\circ$; $x_0 = 4 \text{ m}$; $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) A helyzeti energia az elmozdulás függvényében lineárisan csökken 2 J-ról nullára:

$$E_h = mgh = mg \frac{1}{2}(x_0 - x) = \mathbf{2 \text{ J} - 0,5 \frac{\text{J}}{\text{m}} \cdot x}.$$

A mozgási energia szintén lineárisan nő az elmozdulás függvényében nulláról 1,6 J-ra. A munkatétel alapján a mozgási energia az x elmozdulás függvényében:

$$E_m = F \cdot x = m \cdot a \cdot x = \mathbf{0,4 \frac{\text{J}}{\text{m}} \cdot x}.$$



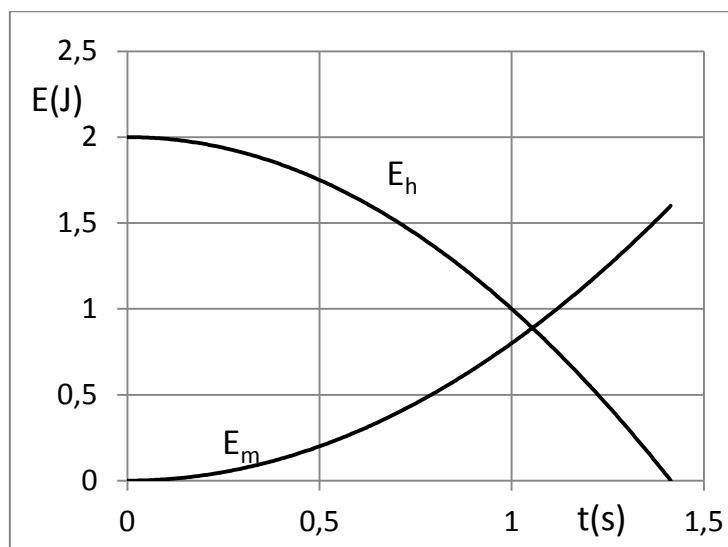
4 pont

b) Mivel $x = \frac{a}{2}t^2$, így mindkét függvény parabola. A test $t = \sqrt{\frac{2x_0}{a}} = \sqrt{2}$ s alatt ér a lejtő aljára. A helyzeti energia az idő függvényében:

$$E_h = mg\frac{1}{2}\left(x_0 - \frac{a}{2}t^2\right) = 2\text{ J} - 1\frac{\text{J}}{\text{s}^2} \cdot t^2.$$

A mozgási energia az idő függvényében:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = 0,8\frac{\text{J}}{\text{s}^2} \cdot t^2.$$



4 pont

c) Ha a két energia megegyezik, akkor:

$$\begin{aligned} 2\text{ J} - 1\frac{\text{J}}{\text{s}^2} \cdot t^2 &= 0,8\frac{\text{J}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \\ 1,8\frac{1}{\text{s}^2} \cdot t^2 &= 2 \\ t &= 1,05\text{ s}. \end{aligned}$$

1 pont

A két energia az indítás utáni **1,05 s** időpontban egyenlő.

A test távolsága a lejtő aljától ekkor:

$$x = x_0 - \frac{a}{2}t^2 = 1,78\text{ m}.$$

(A kiindulási helytől 2,22 m-re van a test.)

1 pont

G.10/5.H. Adatok: $V = 0,005 \text{ m}^3$; $N = 8 \cdot 10^{22}$; $\bar{\varepsilon} = 3 \cdot 10^{-20} \text{ J}$; $A = 0,012 \text{ m}^2$

a) A gáz abszolút hőmérséklete egy részecske átlagos teljes mozgási energiájából határozható meg, ahol a szabadsági fokok száma $f = 5$, illetve k a Boltzmann-állandót jelöli:

$$T = \frac{2\bar{\varepsilon}}{k \cdot f} = 870 \text{ K}.$$

3 pont

b) A gáz teljes belső energiája:

$$E_b = N \cdot \bar{\varepsilon} = 2400 \text{ J}.$$

3 pont

c) A tartály $1,2 \text{ dm}^2$ nagyságú felületére kifejtett nyomóerő:

$$F = pA = \frac{NkT}{V} A = 2304 \text{ N} \approx 2,3 \text{ kN}.$$

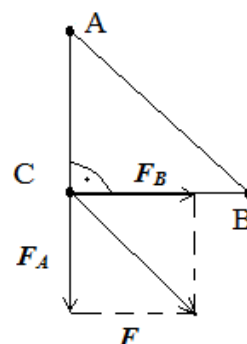
4 pont

G.10/5.E. Adatok: $Q_A = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $Q_B = -1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $Q_C = 6 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

a) Az A pontban lévő töltés által a C pontban lévőre kifejtett F_A taszító erő iránya A -val ellentétes irányba, míg a B -beli miatt fellépő F_B vonzó erő iránya B felé mutat. Eredőjük nagyságát jelölje F .

$$F_A = k \frac{Q_A Q_C}{a^2} = k \frac{|Q_B| Q_C}{a^2} = F_B = 1,8 \text{ N}.$$

2 pont



Mivel $F_A = F_B$, ezért az erő-paralelogramma négyzet, tehát az **eredő iránya 45°-os szöget zár be a CB oldallal, és nagysága**

$$F = \sqrt{2} F_A = 2,55 \text{ N}.$$

3 pont

b) Az egymáshoz érintés után a teljesen egyforma golyócskák töltése azonos lesz, és a töltés megmaradás miatt ez

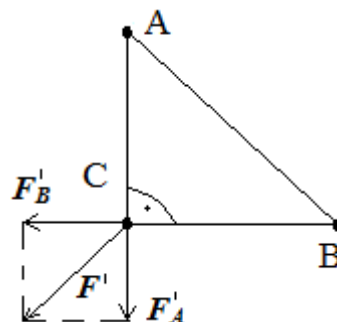
$$Q = \frac{1}{3} (Q_A + Q_B + Q_C) = \frac{Q_C}{3} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$$

2 pont

Most az A és a B pontbeli töltések által kifejtett erők taszító jellegűek, nagyságuk pedig

$$F'_A = F'_B = k \frac{Q^2}{a^2} = 0,1 \text{ N}.$$

1 pont



Az erő-paralelogramma ismét négyzet, tehát az **eredő erő iránya a CB oldalegyenessel 45°-os szöget zár be, és nagysága**

$$F' = \sqrt{2} F'_A = 0,14 \text{ N}.$$

2 pont

35. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 10. évfolyam

Sz.10/1. Adatok: $m = 0,6 \text{ kg}$; $\alpha = 90^\circ$

Az almára a két egyenlő nagyságú fonálerő és a nehézségi erő hat. A három erővektort eltolással egyenlőszárú derékszögű vektorháromszöggé alakíthatjuk, melynek átfogója a nehézségi erő.

$$(mg)^2 = F_f^2 + F_f^2$$

4 pont

$$F_f = \frac{\sqrt{2}}{2} mg \approx 4,24 \text{ N}.$$

3 pont

A fonalak szakítószilárdsága tehát kb. **4,24 N**.

3 pont

Sz.10/2. Adatok: $m_v = 14 \text{ g}$; $m_b = 6 \text{ g}$; $\alpha = 30^\circ$; $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_h = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

a) A víztömb kezdősebességének vízszintes és függőleges komponensei:

$$v_{0x} = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8,66 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{és} \quad v_{0y} = v_0 \frac{1}{2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

1 pont

A víztömb és a bogár rugalmatlan ütközése utáni közös sebesség:

$$v_k = \frac{m_v v_{0x}}{m_v + m_b} = 6,06 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

3 pont

A víztömb emelkedésének ideje:

$$t_e = \frac{v_{0y}}{g} = 0,5 \text{ s}.$$

A víztömb zuhanásának ideje szintén 0,5 s. A víztömb teljes vízszintes irányú elmozdulása:

$$x = v_{0x} t_e + v_k t_e = (v_{0x} + v_k) t_e = 7,36 \text{ m}.$$

Az áldozat eléréséhez szükséges idő:

$$t = \frac{x}{v_h} = 1,84 \text{ s}.$$

Tehát az íjászhaj **1,84 s** múlva éri el áldozatát.

4 pont

b) A víztömb emelkedésének legnagyobb magassága (a bogár magassága a vízszint felett):

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = 1,25 \text{ m}.$$

Az arawana-nak **1,25 m magasra** kell kiugrania a vízből. A függőleges irányú kezdősebesség megegyezik a kilőtt víztömb kezdősebességének függőleges irányú komponensével:

$$v_{0y} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2 pont

Sz.10/3. Adatok: $m = 80 \text{ kg}$; $x_1 = 0,05 \text{ m}$; $\Delta x = 0,007 \text{ m}$; $\rho = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $\rho_v = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

a) Az üres tutajra ható nehézségi erő egyensúlyt tart a felhajtóerővel:

$$\rho A h g = \rho_v A (h - x_1) g.$$

A tutaj vastagsága:

$$h = \frac{\rho_v}{\rho_v - \rho} x_1 = \mathbf{16,7 \text{ cm}}.$$

4 pont

b) Az emberrel megterhelt tutaj esetén az emberre ható nehézségi erő egyenlő a felhajtóerő növekedésével:

$$m g = \Delta x A \rho_v g.$$

A tutaj alapterülete:

$$A = \frac{m}{\Delta x \rho_v} = \mathbf{11,4 \text{ m}^2}.$$

3 pont

c) A tutaj a teljes bemerüléséig még $\Delta x' = x_1 - \Delta x = 4,3 \text{ cm}$ -t süllyedhet lejjebb (ekkor érné el a víz a tutajos lábát). A rakományra ható nehézségi erővel a felhajtóerő növekménye tart egyensúlyt:

$$m' g = \Delta x' A \rho_v g.$$

A rakomány megengedhető maximális tömege:

$$m' = \Delta x' A \rho_v = \mathbf{490 \text{ kg}}.$$

3 pont

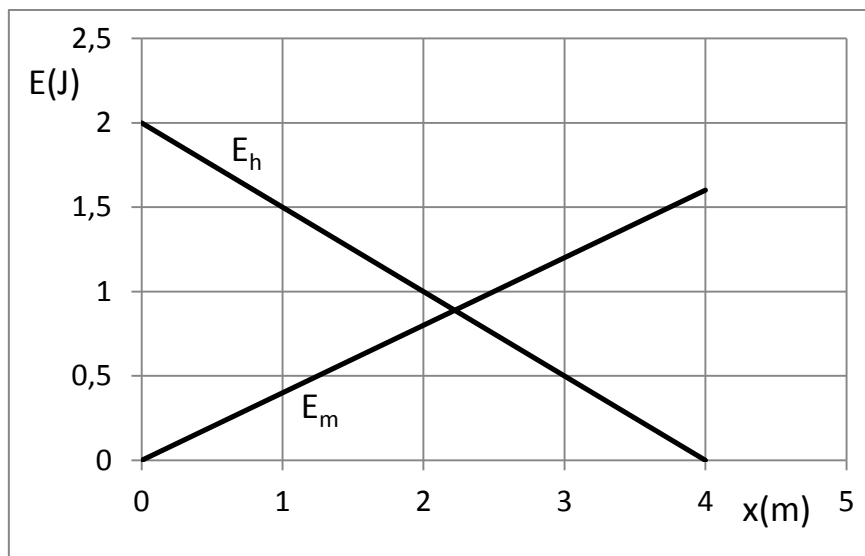
Sz.10/4. Adatok: $m = 0,1 \text{ kg}$; $\alpha = 30^\circ$; $x_0 = 4 \text{ m}$; $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) A helyzeti energia az elmozdulás függvényében lineárisan csökken 2 J-ról nullára:

$$E_h = m g h = m g \frac{1}{2} (x_0 - x) = \mathbf{2 \text{ J} - 0,5 \frac{\text{J}}{\text{m}} \cdot x}.$$

A mozgási energia szintén lineárisan nő az elmozdulás függvényében nulláról 1,6 J-ra. A munkatétel alapján a mozgási energia az x elmozdulás függvényében:

$$E_m = F \cdot x = m \cdot a \cdot x = \mathbf{0,4 \frac{\text{J}}{\text{m}} \cdot x}.$$



6 pont

b) Ha a két energia megegyezik, akkor:

$$\begin{aligned}2 \text{ J} - 0,5 \frac{\text{J}}{\text{m}} \cdot x &= 0,4 \frac{\text{J}}{\text{m}} \cdot x \\0,9 \frac{1}{\text{m}} \cdot x &= 2 \\x &= \mathbf{2,22 \text{ m}}.\end{aligned}$$

2 pont

A két energia **a kiindulási helytől 2,22 m-re** egyezik meg.

Az indítástól számítva eltelt idő ekkor:

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \mathbf{1,05 \text{ s}}.$$

2 pont

Sz.10/5.H. Adatok: $V = 0,01 \text{ m}^3$; $T = 293 \text{ K}$; $p = 10^5 \text{ Pa}$; $W = 850 \text{ J}$; $f = 3$

Határozzuk meg először az állapotegyenletből az anyagmennyiséget:

$$n = \frac{pV}{RT} = 0,411 \text{ mol}.$$

2 pont

Az első főtétel szerint:

$$\Delta E = Q + W.$$

Mivel a hőcsere adiabatikus folyamatban elhanyagolható:

$$\Delta E = W.$$

2 pont

A belső energia megváltozása:

$$\Delta E = \frac{f}{2} nR \cdot \Delta T.$$

A hőmérsékletváltozás tehát:

$$\Delta T = \frac{2W}{fnR} = \mathbf{166 \text{ K}}.$$

5 pont

A gáz hőmérséklete a hirtelen összenyomás után:

$$T' = T + \Delta T = \mathbf{459 \text{ K} = 186 \text{ }^\circ\text{C}}.$$

1 pont

Sz.10/5.E. Adatok: $Q = 6 \cdot 10^{-7} \text{ C}$; $a = 0,1 \text{ m}$; $q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

a) Szimmetria okok miatt a fellépő K fonálerők egyenlő nagyságúak és megegyeznek a szomszédos töltések közötti F_1 elektrosztatikus erővel:

$$K = F_1 = k \frac{Q^2}{a^2} = \mathbf{0,324 \text{ N}}.$$

2 pont

b) Elegendő egy csúcsot vizsgálni. A középén lévő q töltéstől származó F_2 taszító erő a csúcson átfutó szögfelező egyenesére esik, nagysága:

$$F_2 = k \frac{Qq}{\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a\right)^2} = 0,648 \text{ N} = 2F_1.$$

2 pont

A másik két csúcsban lévő Q töltésektől származó taszítóerők eredője szintén a csúcson átfutó szögfelező egyenesére esik, nagysága az F_1 erő $\sqrt{3}$ -szorososa, mert ez a két erő összegzéskor 60° -os rombuszalakzatot alkot.

2 pont

A három erő eredőjének nagysága:

$$F = \sqrt{3}F_1 + F_2 = (\sqrt{3} + 2)F_1 = 1,2 \text{ N}.$$

1 pont

Hasonlóképp a két K fonálerő eredője is $\sqrt{3}$ -szorososa K -nak. Az egyensúly miatt:

$$\sqrt{3}K = (\sqrt{3} + 2)F_1.$$

A fonálerő nagysága:

$$K = \frac{(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3}}F_1 = 0,698 \text{ N}.$$

3 pont

