

# Dinamika (erő, lendület, munka-energia)

## Erők

- \* dinamika alapegyenlete:  $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$
- \* mozgások dinamikai feltétele (a dinamika alapegyenletének „speciális” esetei)
  - \* egyenes vonalú, egyenletes mozgás ( $a = 0$ ): a testre ható erők eredője nulla
  - \* egyenes vonalú, egyenletesen gyorsuló mozgás ( $a \neq 0$ ): a testre ható erők eredője  $m \cdot a$
  - \* egyenletes körmozgás: az erők eredője a kör középpontja felé mutat, nagysága  $m \cdot a_{cp}$
- \* erőtvények
  - \* földi gravitáció:  $F_{gr} = mg$
  - \* gravitáció:  $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ , ahol
    - \*  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
    - \*  $r$  a két test tömegközéppontjának távolsága
  - \* súrlódási erők
    - \* tapadási: felületek egymáshoz képest nem mozdulnak el,  $F_{tap} \leq \mu_0 \cdot F_{nyomó}$
    - \* csúszási: felületek egymáshoz képest elmozdulnak,  $F_{csúszási} = \mu_0 \cdot F_{nyomó}$
  - \* közegellenállási erő nagysága:  $F_{közeg} = k \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$ , ahol
    - \*  $k$ : az alaki tényező
    - \*  $A$ : homlokl felület keresztmetszete
    - \*  $\rho$ : közeg sűrűsége
    - \*  $v$ : a közeghez viszonyított sebesség
  - \* rugóerő:  $F_{rugó} = -D \cdot x$ , ahol  $D$  a(z adott rugóra jellemző) rugóállandó,  $x$  a megnyúlás/összenyomódás nagysága („hosszváltozás”). A negatív előjel azt fejezi ki, hogy az erő a hosszváltozással ellentétes irányú
- \* pontrendszerek
  - \* minden testre felírjuk a dinamika alapegyenletét
  - \* ha az összes egyenletet összeadjuk, akkor a belső erők (pl. kötél-erők) kiesnek
- \* lejtők
  - \* lejtővel párhuzamos és lejtőre merőleges komponensekre bontjuk fel az erőket
  - \* legtöbb esetben a test a lejtőre merőlegesen *nem* mozog, azaz
    - \* végig a lejtőn marad
    - \* csak párhuzamos gyorsulás van
    - \* merőleges gyorsulás 0, azaz
    - \* a lejtőre merőleges erők *eredője* 0 (sokszor ebből a feltételből számolhatunk egy hiányzó adatot)
  - \* gravitációs erő
    - \*  $F_{merőleges} = mg \cdot \cos \alpha$
    - \*  $F_{párhuzamos} = mg \cdot \sin \alpha$
  - \* nyomóerő a gravitációs erő *merőleges* komponense (pl. súrlódási erő)

## Lendület

- \* lendület (impulzus):  $\vec{I} = m \cdot \vec{v}$ , mértékegység  $\text{kg} \cdot \text{m/s}$
- \* lendületmegmaradás: kölcsönhatás (pl. ütközés) *előtti* lendületek összege megegyezik a kölcsönhatás *utáni* lendületek összegével
  - \* az előjelekre figyelni kell: ellenkező irányba mozgás esetén a sebességek egymással ellentétes előjelűek
  - \* érdemes táblázatba foglalni:

	előtt	után
1. test	$u_1$	$v_1$
2. test	$u_2$	$v_2$

## Munka, energia

- \* mechanikai energiafajták
  - \* mozgási (kinetikus) energia:  $E_{mozg} = \frac{1}{2}mv^2$
  - \* rugalmas energia:  $E_{rugó} = \frac{1}{2}D \cdot x^2$
  - \* helyzeti (magassági) energia:  $E_{mag} = mgh$
- \* munka
  - \*  $W = F \cdot s$ , ahol  $F$  az erő,  $s$  az erő irányába eső elmozdulás
  - \*  $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ , ahol  $F$  az erő,  $s$  az elmozdulás,  $\alpha$  az általuk közbezárt szög
- \* *munkatétel*: testre ható erők munkájának előjeles összege megegyezik a test mozgási energiájának *megváltozásával*
- \* konzervatív erő: olyan erő, melynek munkája nem függ a pályagörbétől, hanem csak a kezdő- és végponttól függ
- \* *mechanikai energia megmaradása*: ha egy rendszerben csak konzervatív erők hatnak, akkor a mechanikai energiák összege állandó
- \* teljesítmény
  - \* munkavégzés (energiaváltozás) gyorsasága
  - \*  $P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta E}{t}$
  - \* mértékegysége  $W$  (watt, J/s)
- \* hatások: a hasznos és a befektetett munka/energia aránya
  - \*  $\eta = \frac{W_{hasznos}}{W_{összes}} = \frac{\Delta E_{hasznos}}{\Delta E_{összes}}$
  - \* mértékegység nélküli, gyakran adjuk meg százalékban
  - \*  $0 \leq \eta < 1$
- \* *fontos megjegyzések* (típushiba)
  - \*  $\Delta E_{mozg} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ , ami *nem egyezik meg*  $\frac{1}{2}m \cdot (\Delta v)^2$ -tel
  - \* hasonlóan rugó megnyújtásánál ( $l_1$  és  $l_0$  a rugó hosszai):  
 $W = \frac{1}{2}Dl_1^2 - \frac{1}{2}Dl_0^2$ , ami *nem egyenlő*  $\frac{1}{2}D \cdot (\Delta l)^2$ -tel